



TITLE:

等方性乱流の減衰(流れの不安定性と乱流)

AUTHOR(S):

細川, 巖; 山本, 稀義

CITATION:

細川, 巖 ...[et al]. 等方性乱流の減衰(流れの不安定性と乱流). 数理解析研究所講究録 1988, 661: 159-170

ISSUE DATE:

1988-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/100601>

RIGHT:

等方性乱流の減衰

岩手大工 糸川 巖
航技研 山本 稀義

1. 序

オ19回日本流体力学講演会(昨年11月)で、「スペクトル法による3次元等方性乱流の数値シミュレーション」のテーマで発表したが、このコメントを記す。

このタイプの乱流の研究は1972年、Orszag & Patterson¹⁾に始まる。周期性境界条件を付した立方体の中で Navier-Stokes 方程式の解の挙動をフーリエ解析により追跡するが、初期条件は $k^4 e^{-2k^2}$ の型のエネルギー・スペクトルを用いて流場のガウス型統計集団の一つのサンプルを取る。非線形項から発生する aliasing error を防ぐことが、この方法の重要な鍵となる。当初¹⁾は 32^3 の grid points が箱一杯の所であり、これに2倍のスペクトル幅は発生したからだが、現在では 128^3 の grid points を用いており、これに2倍のスペクトル幅もつかうとした。この種の大計算は既に Kern²⁾, Bracher et al³⁾, Kida et al⁴⁾ により行われているが、上

に述べたように、一般のタイプの手動性乱流を扱っている。

おのづかの計算では、 $k_\alpha = (2\pi/L)n_\alpha$ ($\alpha=1, 2, 3$; n_α は整数) で示す波数空間を使い、 $L=4\pi$ とした。又長さの単位を初期エネルギー・スペクトルの最大値を有する波数の逆数とし、初期の自乗平均速度を U と速度の単位とする。自動的に初期スペクトル型は $E(k, 0) = (16/3) (2/\pi)^{1/2} k^4 e^{-2k^2}$ となり、又レイルス数は $R = 1/\nu$ (ν : 動粘性係数) とする。Orszag & Patterson の計算と、相異ない、基礎方程式を solenoidal 表示⁵⁾ (非圧縮性条件を厳密に満足させる) に (7.11) = (2.2), 時間積分を Runge-Kutta-Gill 法で遂行することである。このように計算精度はよくて、 ϵ の値は、 $\epsilon = 10^{-6}$ である。

結果として、 $R=400, 500$ で $t=10$ 以後において small eddies が爆発する、コルモゴロフ・スペクトルの出現を見るに至る。コルモゴロフ定数は 2.1 となり、2), 3), 4) の結果と comparable である。図1, 2 参照。このとき、 R_λ (テイラーのレイルス数) は ~ 100 の程度である。図3 参照。Skewness は $t=20$ に至るまで $R=50 \sim 500$ に対して、 $0.4 \sim 0.5$ の値を維持する。図4 参照。

2. エネルギー収束について

$R=50 \sim 500$ (400の場合も500の場合とほぼ重なる。) に対するエネルギー収束の概略を図5に示す。明かに $t > 10$ で中法則がみられるが、中指数は EDQNM⁴⁾ などで知られている $-1 \sim -1.38$ とは異なり、 $R=500$ の時^高 -2.5 になる。Kida et al⁴⁾ によってもこのより更に低い値が得られている。これは付随的だ。

Batchelor & Townsend⁷⁾ の乱流末期の収束則に合っていることから、そうではないかとと思われるが、この period では $R=400, 500$ に近い $R_\lambda \sim 40$ であり、これは非線形項が無視できる状況ではない。(図3参照。) したがって、おかしな収束の適用期性乱流では、乱流末期に中法則は現れず、指数収束的収束になることを次の節で述べる。

ここで注目すべきことは、周期性的乱流の場合には、EDQNM による self-similarity analysis⁴⁾ はうまく適用できないという点である。付随的に、おかしな波数空間は高散的であり、原素近傍のものは存在せず従って $k=0$ の周りを除く一次元空間であり得ないからである。おかしな収束の最小波数は $k_1 = 1/2$ であり、これは大規模 eddy である。EDQNM により、non-local な非線形相互作用のために逆エネルギー輸送が起ることを指摘された。大規模

eddy のエネルギーが「増加する」ことが実証された。だが、周期性的乱流では大抵 eddy の存在が禁止されている故に、逆エネルギー輸送は即ちにはおこなわれない。この結果、1/2 eddy の存在にその分のエネルギーが留まれば、 k^2 に比例した dissipation の作用を受けて、エネルギー減衰は EDQNM の示すより早いことは予想できる。これが -2.5 という値の中核数を生ずるからくりと考えられる。

図5から18、 $R=500, 200, 100$ の曲線が $t=20$ 前後で cross しているようにも見えるが、相互に漸近しているようにも見える。今の所、正しい答えは定かでない。

一方、周期的な等方位性乱流については何が正しいか。Direct Simulation は定かでないけれども、著者ら⁸⁾の最近の結果から得た図6、図7は参考になる資料である。これは、3D 周期エネルギースペクトルを算出するのを全く同じ条件で扱った等方位性乱流で、周期性条件は与えていない。だがモンテカルロ法で自由層のサンプリングを行なった。図7で、周期性のことは対照的に -1.3 のエネルギー減衰中核数が現れている。(これは EDQNM の -1.38 に近い。) 一方、図6ではかなりゆらぎがあるが、平均的にコレラゴフ・スペクトルを呈していると見える。又図1には書いているが、 $k=[0, 1/2]$ でのスペクトルは実線より上に散在し、EDQNM のような逆エ

エネルギー輸送を導出するに役立つ。しかるにその分配は k^4 型の中核、 k^2 に近い。これは Lesieur & Schertzen⁶⁾ の平衡分布スペクトル

$$E(k) = \frac{A}{2\nu t^{1/2}} k^2 \quad \text{as } k^2 \rightarrow 0 \quad (2.1)$$

に近いものがある。このことについては研究発表において異論があったが、(2.1) は導出されたものでなく (2. Ref. 6) に述べられている単純な予想であるということに付記しておく。

3. 乱流末期の減衰法則

線形方程式が適用できるならば、速度場 u の 7-42 成分 $v(k)$ とし、

$$\frac{1}{2} \frac{d|v(k)|^2}{dt} = -\nu k^2 |v(k)|^2 \quad (3.1)$$

Batchelor⁹⁾ の方法により、 $[t, k_1]$ が考慮の外にふくまれるエネルギーは

$$E(t) = A \int_{k_1}^{\infty} k^s e^{-2k^2 t} dk = \frac{A}{2(2\nu t)^{(s+1)/2}} \int_{2\nu k_1^2 t}^{\infty} x^{(s-1)/2} e^{-x} dx \quad (3.2)$$

となる。 s は big eddy の秩序を示す中指数。 $k_1=0, s=4$ とすれば、 $E(t) \sim t^{-5/2}$ (Batchelor & Townsend⁷⁾) が得られる。右辺の補完ガンマ函数の漸近展開により、

$2\nu k_i^2 t \gg 1$ の時.

$$E(t) \approx \frac{A}{4\nu t} k_i^{s-1} e^{-2\nu k_i^2 t} \quad (3.3)$$

となり、指数函数的な形で、早く減衰し、減衰のスローードは s に依存する。

4. 発達した渦流の fine structure

渦度場に着目し、 $R=500$ において $t=0$ から $t=10$ の間の渦度場の変化を検討する。図8に初期の vorticity magnitude $|\omega|$ (normalized by its maximum) の 0.5 以上の部分の領域が透張りである。図9は $t=10$ において $|\omega| \geq 0.3$ の領域の透張りである。即ち、vorticity は渦管に分散し、それ場所の集中傾向がみられる。 $|\omega|^2$ を示せば、図9の worms の中に $|\omega|^2 \geq 0.09$ の部分を集中化が起っているわけである。この時、 $\nu=1/500$, $\epsilon=0.0418$ 。worm の直径は Kolmogorov length η (~ 0.02)、長さは Taylor microscale λ (~ 0.2) の程度である。(正立方体の1辺は今一単位としてある。) かくて、Tennekes⁽¹⁰⁾ の渦管モデルは尤もらしく、 $R_\lambda \sim 100$ であるから、

$$\eta^2/\lambda^2 \sim R_\lambda^{-1} \quad (4.1)$$

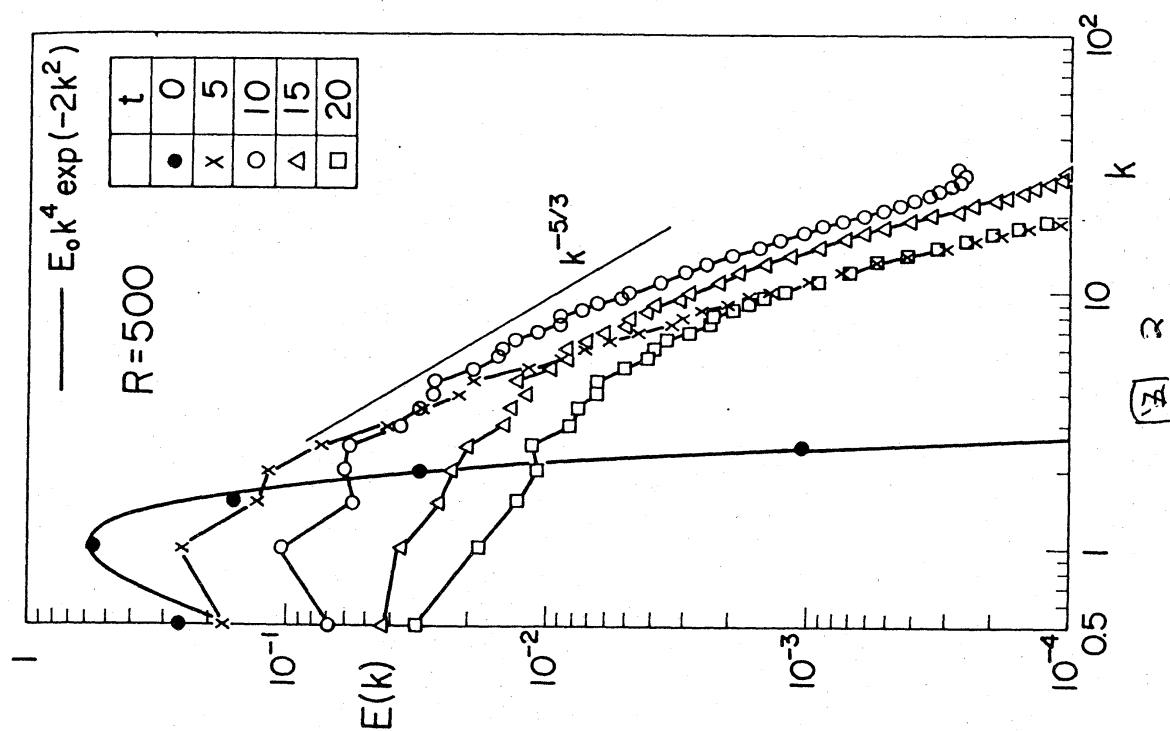
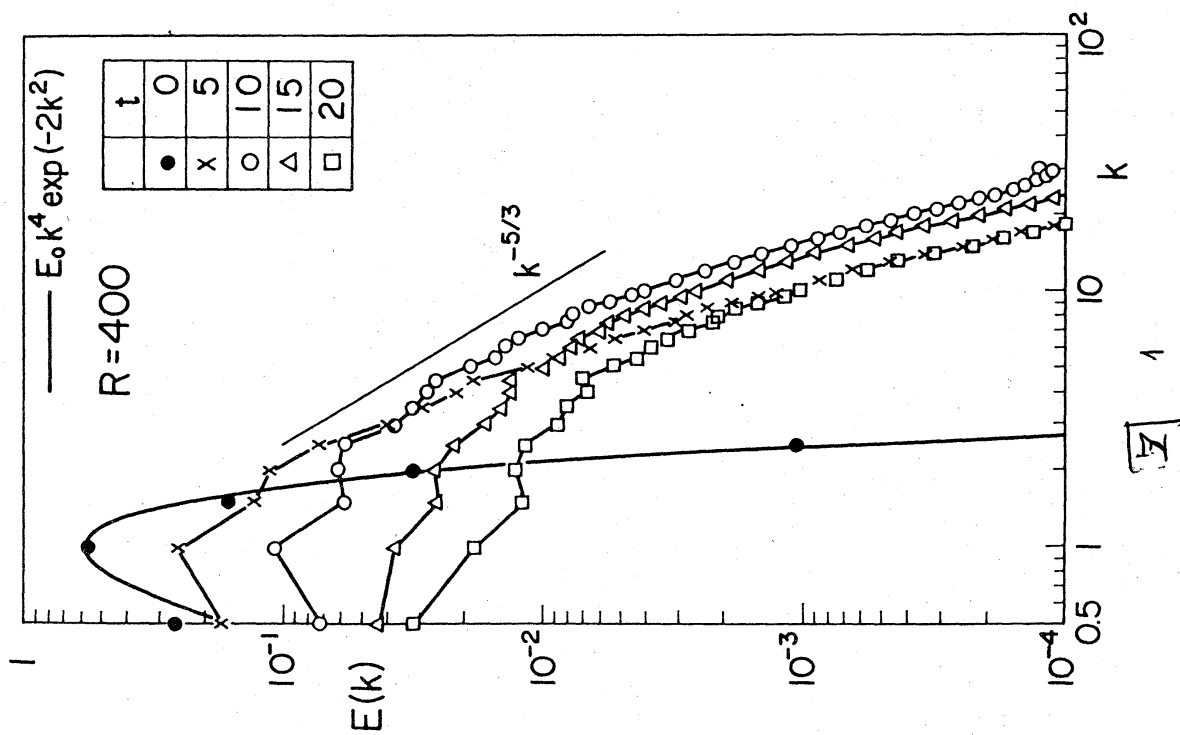
の関数だと成立する。(このスケッチは skewness は R_{λ} に依存する。これはおかしな結果と合っている。)

しかしながら、vorticity-concentrated region 即ち dissipation region への含み込みは全面的に変更を要する。おかしな立方体を 128^3 に分け、各 cell での (平均) vorticity を計算し、その分布を仮定を用いる。驚くべきことに $P(|\omega|, \text{space distribution の 確率密度}) = A \exp(-B|\omega|)$ が、かなり正確に成立しているらしい。(これは $|\omega|^2$ の分布が log-normal であることも示す。) これはまた dissipation 分布も簡単に計算でき、worm regions 中の dissipation は 全 dissipation の 20% に達していることが分る。つまり 80% 以上は静かな blank の領域に dissipate している。！ これは、Kolmogorov-length よりも大きな eddies が大部分 dissipation に寄与していることを示す。これは、従来の cascade model に反して、これは重要な問題提起をしているのではない。

REFERENCES

- 1) S. A. Orszag and G. S. Patterson, Jr., Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 76.
- 2) R. M. Kerr, J. Fluid Mech. 153 (1985) 31.
- 3) M. Brachet, D. I. Meiron, S. A. Orszag, B. G. Nickel, R. H. Morf and U. Frisch, J. Fluid Mech. 130 (1983) 411.
- 4) S. Kida and Y. Murakami, J. Phys. Soc. Jpn. 55 (1986) 9.

- 5) K. Yamamoto and I. Hosokawa, J. Phys. Soc. Jpn. 50 (1981) 343.
- 6) M. Lesieur and D. Schertzer, J. Mecanique 17 (1978) 609.
- 7) G. K. Batchelor and A. A. Townsend, Proc. Roy. Soc. A194 (1948) 527.
- 8) I. Hosokawa and K. Yamamoto, J. Phys. Soc. Jpn. 56 (1987) 521.
- 9) G. K. Batchelor, Homogeneous Turbulence (Cambridge, 1960),
- 10) H. Tennekes, Phys. Fluids 11 (1968) 669.
- 11) K. Yamamoto and I. Hosokawa, J. Phys. Soc. Jpn. 57 (1988),
to appear.



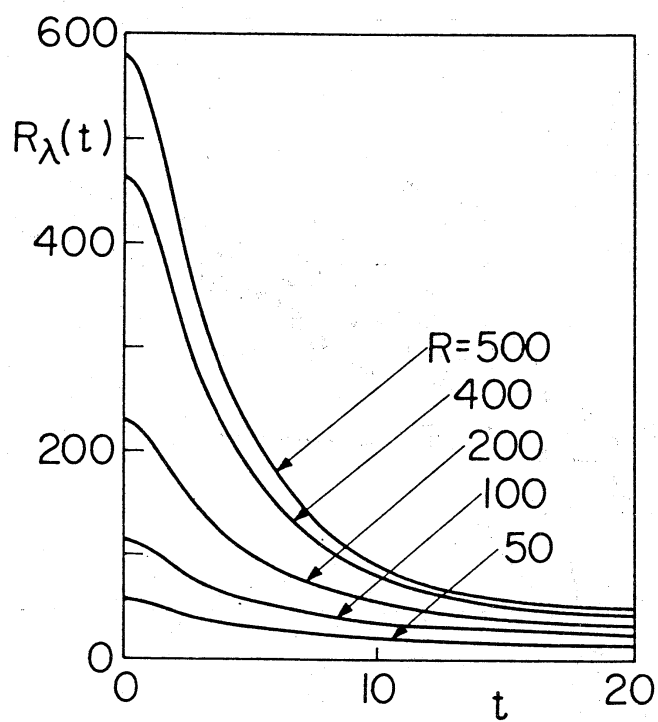


図 3

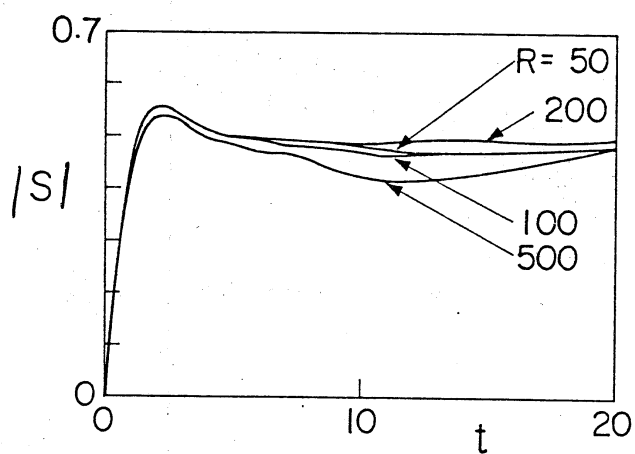
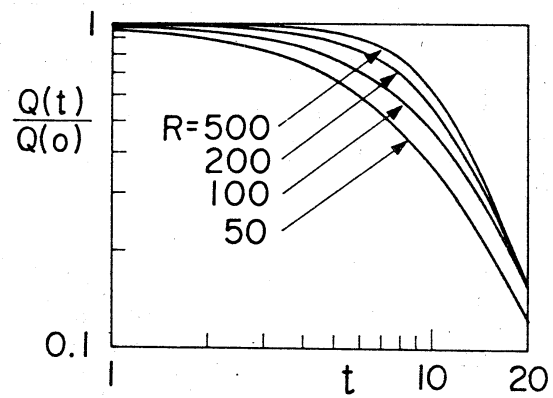


図 4

図 5
エネルギー減衰

The results of Monte Carlo Approach (with k randomly sampled)

Iwao Hosokawa and Kiyoshi Yamamoto

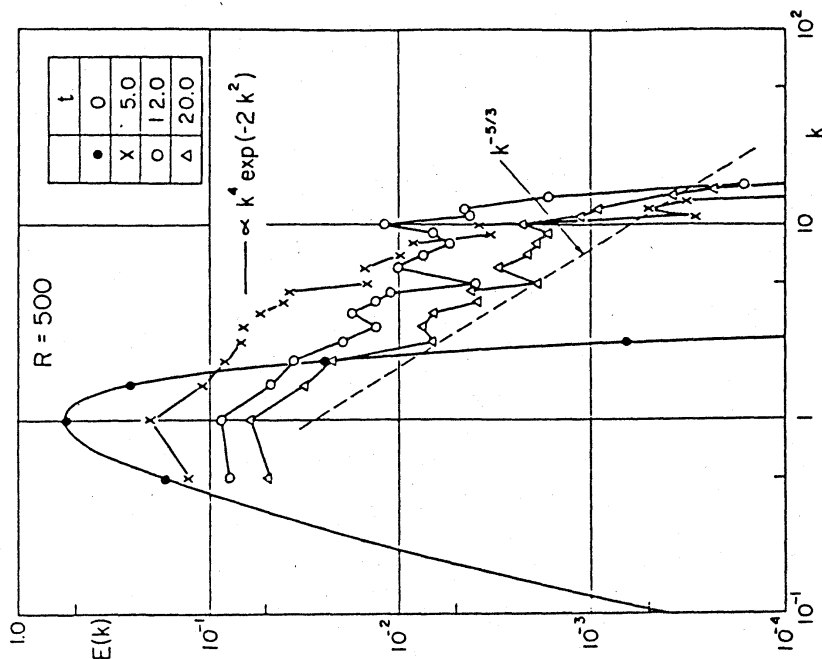


Fig. 5. Band-averaged energy spectrum for $R=500$ at various times.

13] 6

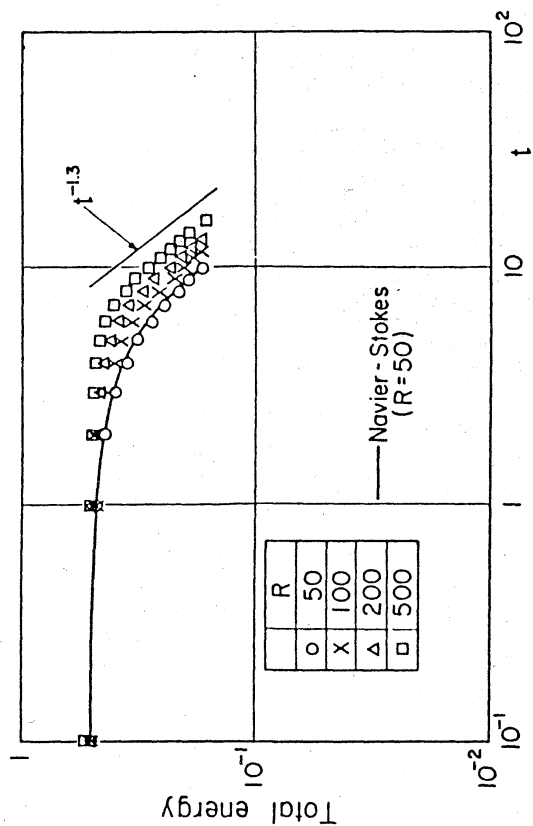


Fig. 2. Energy decay of turbulence by the sample dynamics.

13] 7



图 9

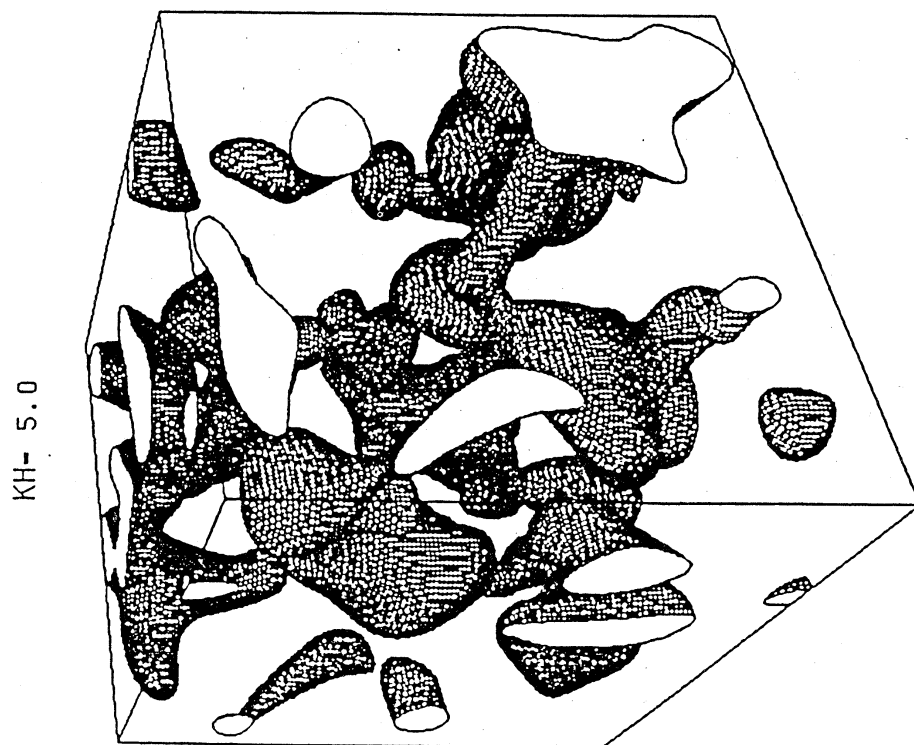


图 8